עקרון ההדחה וההכלה

# משפט עקרון ההדחה וההכלה

תהיינה קבוצת סופיות. מתקיים:

## הוכחה

נוכיח שעבור , x יספר פעם אחת בצד ימין.  
נניח שx נמצא בt קבוצות מתוך הn ()  
נשים לב שבמחובר הראשון x יספר פעמים  
במחובר השני x יספר פעמים  
במחובר השלישי x יספר פעמים  
במחובר הt x יספר פעמים.  
סה"כ באגף ימין x יספר פעמים.

תזכורת:

## מסקנה

תהיינה קבוצות סופיות

בכמה תמורות של המספרים לא נמצאים זה ליד זה המספרים 4 ו5 וגם 3 ו4 וגם 1 ו2?

– קבוצת כל התמורות כך ש4 ו5 נמצאים זה ליד זה  
 – קבוצת כל התמורות כך ש1 ו2 נמצאים זה ליד זה  
 – קבוצת כל התמורות כך ש3 ו4 נמצאים זה ליד זה

אי סדר מלא

מצאו את מספר התמורות של המספרים כך שאף מספר אינו נמצא במקומו הטבעי.

נגדיר: u קבוצת כל התמורות של המספרים בין 1 לn  
 – קבוצת כל התמורות כך ש1 נמצא במקומו.  
 – קבוצת כל התמורות כך ש2 נמצא במקומו.  
 – קבוצת כל התמורות כך שn נמצא במקומו.

# תרגיל

כמה פונקציות על יש מקבוצה בת n איברים על קבוצה בת r איברים

## הערה

– כל הפונ' ב כך ש איננו בתמונה  
 – כל הפונ' ב כך ש איננו בתמונה  
 – כל הפונ' ב כך ש איננו בתמונה

# מסקנות

1. אם אז – (לא מגדיר פונקציה)
2. מקבוצה n לקבוצה בת n איברים. כלומר הפונקציה על היא גם חח"ע ולכן מתקיים

אינדוקציה

# אקסיומה

לכל קבוצה לא ריקה של מס' טבעיים קיים איבר קטן ביותר.

# משפט(אינדוקציה גירסא 1)

יהיו סדרה של טענות. תהיי P טענה האומרת שכל הטענות בסדרה נכונות. נניח ש:

1. נכונה
2. לכל m טבעי נכונות גוררת את נכונות

אזי הטענה P נכונה.

# משפט(אינדוקציה גירסא 2)

יהיו סדרה של טענות(סדרה אינסופית). תהי P הטענה האומרת שכל הטענות בסדרה נכונות. נניח ש:

1. נכונה
2. לכל m טבעי נכונות גוררת את נכונות

אזי P נכונה

# תרגילים

יהי . הוכיחו

## הוכחה

בדיקה עבור :

נניח שהטענה נכונה עבור m ונוכיח את הטענה עבור m+1. כלומר מניחים וצ"ל

הוכיחו שכל ניתן להיכתב כמכפלה של ראשונים.

## הוכחה

בדיקה

נניח נכונות הטענה לכל . צ"ל שm ניתן להיכתב כמכפלה של ראשונים.

אם m ראשוני אזי וסיימנו. אחרת, קיימים כך ש. אזי לפי הנחת האינדוקציה קיימים כך ש ואז

# טענה

לכל הסוסים בעולם יש צבע יחיד

## הוכחה

האינדוקציה. n=1 – לסוס אחד יש צבע אחד.

נניח שהטענה נכונה עבור n סוסים. נוכיח שהטענה נכונה עבור n+1 סוסים

הבאג הוא שאין בהכרח n סוסים ולכן הטענה נופלת

רקורסיה

# בעיית מגדלי האנוי

נסמן ב את מספר הצעדים המינימלי לפתרון הבעיה. להעברת הדסקיות העליונות מהעמודה 1 ל2 נדרש מספר מינימלי של צעדים . אני אעביר את הגדולה מ1 עד 3 צעד אחד. הציפור תעביר n-1 הדיסקיות הנמצאות בעמודה 2 לעמודה 3

*מצאו את מספר הסדרות באורף n מעל הא"ב שאינן כוללות 2 אפסים צמודים.*

## פתרון

נסמן ב את מספר הסדרות החוקיות באורך n.  
לסדרה באורך n יש 3 אפשרויות:  
(1) ו(2): להתחיל ב1 ואז ניתן לשים סדרה חוקית באורך וכאלה יש   
(3) נתחיל ב0, ואז מוכרחים לשים 1 או 2. אם נשים 1 נוכל לשים סדרה באורך וכאלה יש . אם נשים 2 נוכל לשים סדרה באורך וכאלה יש

מצאו יחס רקורסיה ותנאי התחלה עבור מס' המילים בנות n אותיות מעל הא"ב בלי הרצפים:

1. aa
2. ab
3. ab וac
4. aa וbb

## פתרון

בכל סעיף נסמן ב את מספר המילים החוקיות באורך n.